





فإن  $G/H$  تكون زمرة دقة طوبولوجية وسنبين أنه إذا كانت  $\{G_\alpha\}$  أسرة من الزمر  
الدقة طوبولوجية عندئذ فإن الجداء الديكارتي  $\prod_{\alpha \in A} G_\alpha$  يكون زمرة دقة طوبولوجية  
حيث الطوبولوجية المعرفة على  $\prod_{\alpha \in A} G_\alpha$  هي طوبولوجيا الجداء.

برهان: إذا كانت  $G_\alpha$  دقة طوبولوجية فإن  $G_\alpha$  زمرة دقة طوبولوجية فإن الجداء  $G = \prod_{\alpha \in A} G_\alpha$  يكون  
أربعة زمرة دقة طوبولوجية.

الملاحظة:

من أجل ذلك نلاحظ أن الدقة  $g: G \times G \rightarrow G$  مستمرة أي دقة  $(x, y) \mapsto xy$  من  $G \times G$  إلى  $G$ .

لنأخذ  $W$  مجموعة ما المنتجة  $xy = (x, y)$  عندئذ تكون مجموعة مفتوحة ابتدائية  $U$   
عند كون  $U \subset W$  ولأن  $xy \in U$  ولأن  $U = \prod_{\alpha \in A} U_\alpha$  حيث  $U_\alpha = G_\alpha$  من أجل  $\alpha \in A$  باستثناء عدد منته من  $\alpha$  فإنه

فإذا كانت  $\beta$  مجموعة الأولية المنتجة  $B \subset A$  حيث  $U_\alpha \neq G_\alpha$  من أجل  $\alpha \in \beta$   
وتكون  $U_\alpha$  مجموعة مفتوحة في  $G_\alpha$  وبما أن  $G_\alpha$  زمرة دقة طوبولوجية وذلك من أجل  
أي  $\alpha \in A$  نحن نعلم  $\alpha \in \beta$  يكون  $x_\alpha y_\alpha \in U_\alpha \iff x_\alpha y_\alpha \in U_\alpha$  توجد عناصر  $x_\alpha, y_\alpha$   
حيث  $x_\alpha y_\alpha \in U$  فإذ أن  $U = \prod_{\alpha \in A} U_\alpha$  حيث  $U_\alpha = G_\alpha$  يكون  $x_\alpha y_\alpha \in U$   
من أجل  $\alpha \in A - \beta$  فإن  $x_\alpha y_\alpha \in U_\alpha$  حيث  $U_\alpha = G_\alpha$  فإذ أن  $x_\alpha y_\alpha \in U$

من ذلك من أجل أي  $\alpha \in A$  ومنه نستنتج أن  $x_\alpha y_\alpha \in U_\alpha$   
 $xy = (x_\alpha y_\alpha) \in U$

أي أن الدقة  $g$  مستمرة  $\forall y \in G$  وبذلك تكون المجموعة  $G$  زمرة دقة طوبولوجية  
حيث طوبولوجيا الجداء  $G = \prod_{\alpha \in A} G_\alpha$